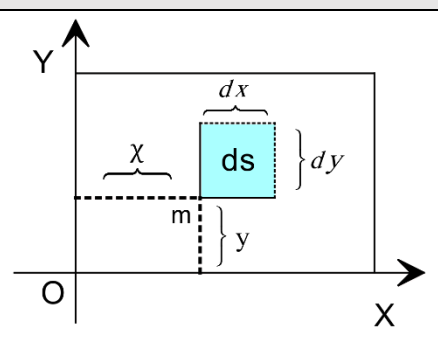
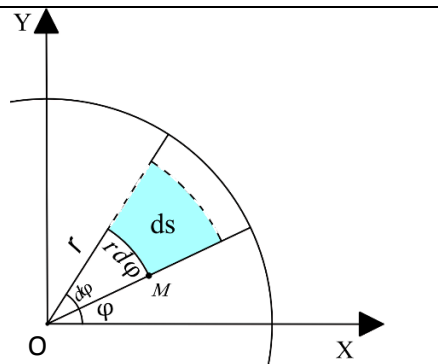
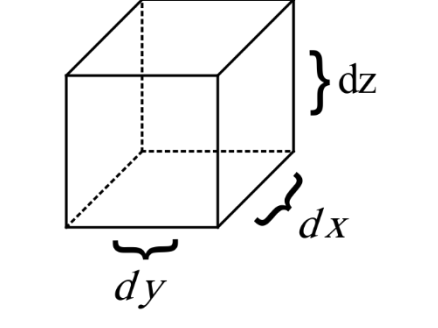
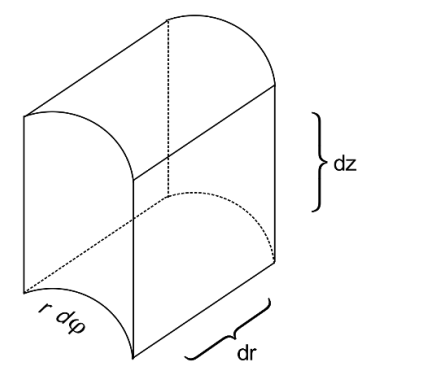
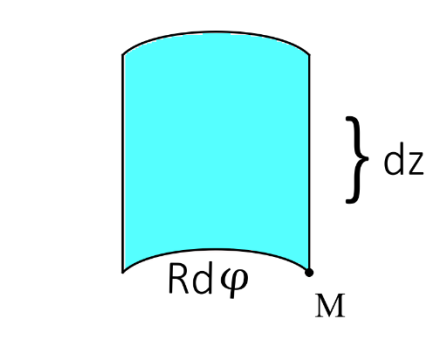
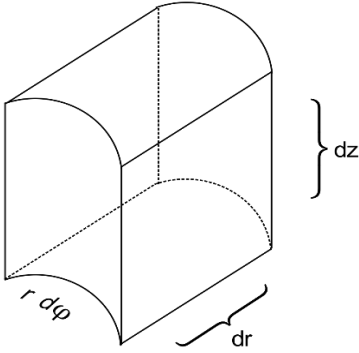
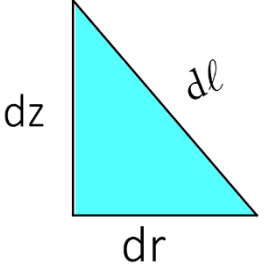
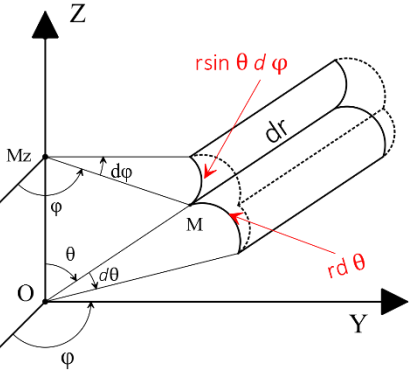
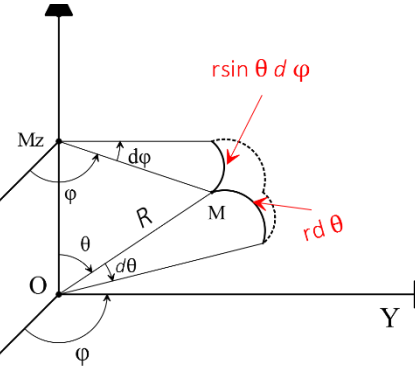


الجسم	مجالات التغير	M , dm	الجسيم العنصري
صفيحة مستوية • أبعادها a,b	$0 \leq x \leq a$ $0 \leq y \leq b$	$S = a b$ $ds = dx dy$ $M = \rho S = \rho a b$ $dm = \rho dx dy$	
صفيحة دائرية • نصف قطرها R	$0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq r \leq R$	$S = \pi R^2$ $ds = r dr d\varphi$ $M = \rho S = \rho \pi R^2$ $dm = \rho r dr d\varphi$	
مكعب • طول ضلعه a	$0 \leq x \leq a$ $0 \leq y \leq a$ $0 \leq z \leq a$	$V = a^3$ $dv = dx dy dz$ $M = \rho V = \rho a^3$ $dm = \rho dx dy dz$	
اسطوانة • ارتفاعها h • نصف قطرها R	$0 \leq r \leq R$ $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq z \leq h$	$V = \pi R^2 h$ $dv = r dr d\varphi dz$ $M = \rho V = \rho \pi R^2 h$ $dm = \rho r dr d\varphi dz$	
سطح اسطواني • ارتفاعه h • نصف قطره R	$0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq z \leq h$ ( R ثابت )	$S = 2 \pi R h$ $ds = R d\varphi dz$ $M = \rho S = \rho 2 \pi R h$ $dm = \rho R d\varphi dz$	

الجسم العنصري	M , dm	مجالات التغير	الجسم
	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ $dv = r dr d\varphi dz$ $M = \rho V = \rho \frac{1}{3} \pi R^2 h$ $dm = \rho r dr d\varphi dz$	<p><b>قائم:</b></p> $0 \leq r \leq \frac{R}{h}(h-z)$ $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq z \leq h$ <p><b>مقلوب:</b></p> $0 \leq r \leq \frac{R}{h}z$	<p><b>مخروط</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ارتفاعه <math>h</math></li> <li>نصف قطره <math>R</math></li> </ul>
	$S = \pi R \sqrt{R^2 + h^2}$ $ds = \frac{2\pi R \sqrt{R^2 + h^2}}{h^2} (h-z) dz$ $M = \rho \pi R \sqrt{R^2 + h^2}$ $dm = \rho ds$	$0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq z \leq h$	<p><b>سطح مخروطي</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ارتفاعه <math>h</math></li> <li>نصف قطره <math>R</math></li> </ul>
	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$ $dv = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$ $M = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$ $dm = \rho r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$	$0 \leq r \leq R$ $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq \theta \leq \pi$	<p><b>كرة</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>نصف قطرها <math>R</math></li> </ul>
	$S = 4\pi R^2$ $ds = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi$ $M = \rho S = 4\rho \pi R^2$ $dm = \rho r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$	$0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq \theta \leq \pi$	<p><b>سطح كروي</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>نصف قطره <math>R</math></li> </ul>
$V = \frac{4}{3} \pi abc$ $dv = abc r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$ $M = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi abc$ $dm = \rho abc r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$		$0 \leq r \leq 1$ $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ $0 \leq \theta \leq \pi$	<p><b>مجسم ناقصي</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>نصف قطر محوره</li> <li>المحرفي <math>a</math></li> <li>نصفا قطريه</li> <li>الثانويين <math>b,c</math></li> </ul>

أهم القوانين	
$I_o = \int_v (x^2 + y^2 + z^2) dm$	• عزم العطالة بالنسبة لمبدأ الاحداثيات :
$I_x = \int_v (y^2 + z^2) dm$	• عزوم العطالة بالنسبة للمحاور :
$I_y = \int_v (x^2 + z^2) dm$	
$I_z = \int_v (x^2 + y^2) dm$	
$I_{xy} = \int_v (z^2) dm$	• عزوم العطالة بالنسبة للمستويات الاحداثية :
$I_{yz} = \int_v (x^2) dm$	
$I_{xz} = \int_v (y^2) dm$	
$P_{xy} = \int_v xy dm$	• جداءات العطالة :
$P_{yz} = \int_v yz dm$	
$P_{xz} = \int_v xz dm$	
$X_G = \frac{\int_v x dv}{v}$	• احداثيات مركز الكتل : $G(X_G \cdot Y_G \cdot Z_G)$
$Y_G = \frac{\int_v y dv}{v}$	
$Z_G = \frac{\int_v z dv}{v}$	
$I_o = I_G + M (d_1)^2$ $d_1$ البعد بين المبدأ O والمركز G	• نظرية هويجنز الأولى : ( تربط بين عزوم العطالة بالنسبة للجملة الأساسية وعزوم العطالة بالنسبة لجملة مركز الكتل )
$I_{ox} = I_{Gx} + M (d_2)^2$ $d_2$ البعد بين المحور OX والمحور GX	
$I_{oxy} = I_{Gxy} + M (d_3)^2$ $d_3$ البعد بين المستوي OXY والمستوي GXY	
$P_{XY} = P_{GXY} + M X_G Y_G$	• نظرية هويجنز الثانية : ( تربط بين جداءات العطالة بالنسبة للمستوي الثابت والمستوي المار من مركز الكتل G )

## أهم القوانين

- عزم العطالة بالنسبة لمحور مائل مار من مبدأ الاحداثيات :

$$I_{\Delta} = \alpha^2 I_x + \beta^2 I_y + \gamma^2 I_z - 2\alpha\beta P_{xy} - 2\beta\gamma P_{yz} - 2\alpha\gamma P_{xz}$$

حيث أن :

$$\alpha = \cos(\widehat{OX, \Delta}) \quad , \quad \beta = \cos(\widehat{OY, \Delta}) \quad , \quad \gamma = \cos(\widehat{OZ, \Delta})$$

يكون **OX** محور تناظر ديناميكي إذا تحقق :

$$I_{OY} = I_{OZ}$$

- محور التناظر الديناميكي :

نقول عن المحور **OX** أنه محور أساسي للعطالة إذا تحقق :

$$P_{XY} = 0 \quad , \quad P_{XZ} = 0$$

- المحور الأساسي للعطالة :

## أهم خواص عزوم العطالة

$$2I_O = I_X + I_Y + I_Z$$

$$I_O = I_{XY} + I_{YZ} + I_{XZ}$$

$$I_O = I_X + I_{YZ}$$

$$I_X = I_{XY} + I_{XZ}$$

$$I_X + I_Y \geq I_Z$$

$$I_X - I_Y \leq I_Z$$

## التحويل بين الاحداثيات

$$x = r \cos \theta \quad , \quad y = r \sin \theta$$

- ديكارتية ↔ اسطوانية :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$x = r \sin \theta \cos \varphi \quad , \quad y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cos \theta$$

- ديكارتية ↔ كروية :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad , \quad \tan \theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \\ \tan \varphi = \frac{y}{x}$$

.. تَعَبُونَ اللَّهَ ..